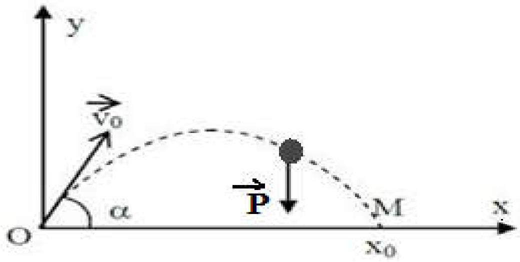
حركة قديفة في مجال الثقالة المنتظم
Mouvement d'un projectile dans le champ de pesanteur

نقذف كرية فولاذية كتلتها m من نقطة O أصل معلم متعامد ممنظم، بسرعة بدئية $\vec{v_0}$ كما يبين الشكل التالي :



نهمل قوى احتكاك الهواء و دافعة ارخميدس اذن الكرية خاضعة لوزنها $\vec{P}$ فقط .

$\vec{v_0}$ في المستوى$(O,\vec{i},\vec{k})$ ، أي أن حركة G تتم في $(O,\vec{i},\vec{k})$ أي الحركة مستوية.

I- متجهة التسارع

المجموعة المدروسة : القذيفة

القوى المطبقة : $\vec{P}$ وزنها

المعلم : معلم غاليلي $R(O\,;\vec{i};\vec{j})$

نطبق القانون الثاني لنيوتن :

أي $\vec{P} = m.\vec{a}$ نسقط العلاقة على محاور المعلم $R(O\,;\vec{i};\vec{j})$ فنحصل على $\begin{cases}\vec{P_x} = m.\vec{a_x}\\ \vec{P_y} = m.\vec{a_y}\end{cases}$

من الشكل $\begin{cases}0 = m.a_x\\ -P = m.a_y\end{cases}$ نستنتج ان احداثيات متجهة التسارع $\begin{cases}a_x = 0\\ a_y = -g\end{cases}$

على المحور $(O,\vec{i},)$ حركة G مستقيمية منتظمة $a_x=0$.

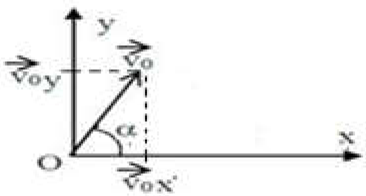
على المحور $(O\,,\vec{k})$ حركة G مستقيمية متغيرة بانتظام $a_Y=cte$.

II- متجهة السرعة اللحظية

عند اللحظة t=0

باعتماد الشكل جانبة

$$\begin{cases}v_{0x} = v_0.\cos(\alpha)\\ v_{0y} = v_0.\sin(\alpha)\end{cases}$$



عند لحظة t

$$a_x = \frac{dv_x(t)}{dt}$$

$$v_x(t) = \int a_x dt$$

$$v_x(t) = a_x.t + C$$

عند t=0 انطلق بسرعة بدئية $v_x(t=0) = v_{0x}$

$$v_x(t) = a_x.t + v_{0x}$$

$$v_x(t) = v_0.\cos(\alpha)$$

$$a_y = \frac{dv_y(t)}{dt}$$

$$v_y(t) = \int a_y dt$$

$$v_y(t) = a_y.t + C$$

عند t=0 انطلق بسرعة بدئية $v_y(t=0) = v_{0y}$

$$v_y(t) = a_y.t + v_{0y}$$

$$v_y(t) = -g.t + v_0.\sin(\alpha)$$

III- المعادلات الزمنية للحركة

$$\frac{dx(t)}{dt} = v_x(t)$$

$$x(t) = \int v_x(t)dt = \int (a_x.t + v_{0x})dt$$

$$x(t) = \frac{1}{2}.a_x.t^2 + v_{0x}.t + C'$$

عند t=0 انطلق الجسم من موضع $x(t=0) = x_0$

$$x(t) = \frac{1}{2}.a_x.t^2 + v_{0x}.t + x_0$$

$$x(t) = v_0.\cos(\alpha).t$$

$$\frac{dy(t)}{dt} = v_y$$

$$y(t) = \int v_y(t)dt = \int (a_y.t + v_{0y})dt$$

$$y(t) = \frac{1}{2}.a_y.t^2 + v_{0y}.t + C'$$

عند t=0 انطلق الجسم من موضع $y(t=0) = y_0$

$$y(t) = \frac{1}{2}.a_y.t^2 + v_{0y}.t + y_0$$

$$y(t) = -\frac{1}{2}g.t^2 + v_0.\sin(\alpha).t$$

VI- معادلة المسار

هي العلاقة بين احداثيتي مركز قصور القذيفة للحصول عليها، نقصي t بين تعبيري x و y

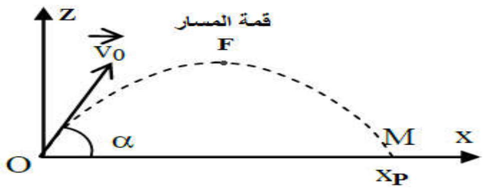
من معادلة الخاصة بالافصول x نحدد تعبير t فنجد : $t = \frac{x}{v_0.\cos(\alpha)}$

نعوض في تعبير y فنحصل على معادلة معادلة المسار التالية : $y(t) = -\frac{1}{2}g.\frac{x^2}{[v_0.\cos(\alpha)]^2} + \tan(\alpha).x$

نستنتج ان المسار عبارة عن شلجم

V - قمة المسار

تعريف هي أعلى نقطة يصلها مركز قصور القذيفة



خاصيات عامة عند قمة المسار F

- تتوقف القذيفة على المحور (Oy) اي : $\left.\frac{dy(t)}{dt}\right)_F = v_y(F) = 0$ **(في هذه الحالة تستغل المعادلات الزمنية)**
- F نقطة انعطاف للدالة y=f(x) و منه $\left.\frac{dy}{dx}\right)_F = 0$ **(في هذه الحالة تستغل معادلة المسار)**

طريقة 1

$$0 = -g.t_F + v_0.\sin(\alpha)$$

المدة الزمنية اللازمة لصول القذيفة قيمة المسار هي :

$$t_F = \frac{v_0.\sin(\alpha)}{g}$$

احدثيات قيمة المسار :

$$\begin{cases} x_F = v_0.\cos(\alpha).t_F \\ y_F = -\frac{1}{2}g.t_F^2 + v_0.\sin(\alpha).t_F \end{cases}$$

نستنتج :

$$x_F = \frac{{v_0}^2.\sin(2\alpha)}{2.g}$$

$$y_F = \frac{{v_0}^2.\sin^2(\alpha)}{2.g}$$

طريقة 2

$$\left.\frac{dy}{dx}\right)_F = 0 = -g.\frac{x_F}{[v_0.\cos(\alpha)]^2} + \tan(\alpha).$$

بحل المعادلة نجد :

$$x_F = \frac{{v_0}^2.\sin(2\alpha)}{2.g}$$

نعوض في معادلة المسار :

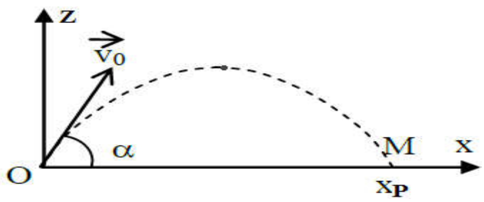
$$0 = -\frac{1}{2}g.\frac{x_F^2}{[v_0.\cos(\alpha)]^2} + \tan(\alpha).x_F$$

نجد

$$y_F = \frac{{v_0}^2.\sin^2(\alpha)}{2.g}$$

VI- المدى

هو المسافة بين الموضع G_0 لمركز قصور القذيفة لحظة انطلاقها، والموضع P للنقطة G أثناء سقوط القذيفة، بحيث P تنتمي للمحور الأفقي الذي يشمل G_0



عند سقوط الجسم على المحور (Ox) فأن $Z_P = 0$

طريقة 1

$$0 = -\frac{1}{2}g.{t_P}^2 + v_0.\sin(\alpha).t_P$$

المدة الزمنية اللازمة لصول القذيفة قيمة المسار هي :

$$t_F = 2.\frac{v_0.\sin(\alpha)}{g}$$

نعوض :

$$y_P = -\frac{1}{2}g.t_P^2 + v_0.\sin(\alpha).t_P$$

نستنتج :

$$x_p = \frac{{v_0}^2.\sin(2\alpha)}{g}$$

طريقة 2

$$-g.\frac{{x_p}^2}{[v_0.\cos(\alpha)]^2} + \tan(\alpha).x_p = 0$$

بحل المعادلة نجد :

$$x_p = \frac{{v_0}^2.\sin(2\alpha)}{g}$$

انتهى